



# **Esempi di domande per ambiti e livelli di competenza – MATEMATICA**

---



<b>DATI E PREVISIONI</b> .....	3
<b>NUMERI</b> .....	9
ESEMPIO 1.....	9
ESEMPIO 2.....	14
<b>RELAZIONI E FUNZIONI</b> .....	18
ESEMPIO 1.....	18
ESEMPIO 2.....	21
<b>SPAZIO E FIGURE</b> .....	24
ESEMPIO 1.....	24
ESEMPIO 2.....	28



## **DATI E PREVISIONI**

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i singoli livelli nell'ambito **Dati e Previsioni** mettendo in luce il passaggio da un livello al successivo in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

### **Macrodescrittore: rappresentazioni e interpretazioni di dati**

Tutte le seguenti domande riguardano le rappresentazioni e interpretazioni di dati e fanno riferimento ai Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine del Primo Ciclo: *“Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni”* e *“Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione)”*.

Le domande dei livelli 1, 2, 4 e 5 afferiscono alla dimensione *Risolvere problemi* del Quadro di riferimento delle Prove Invalsi di Matematica, mentre la domanda di livello 3 afferisce alla dimensione *Argomentare*.



### LIVELLO 1

In questa domanda vengono fornite tre distribuzioni di frequenze percentuali e quattro areogrammi. L'allievo/a deve associare a ciascuna distribuzione percentuale il corrispondente areogramma, collegando due diverse tipologie di rappresentazioni di dati (numerica e grafica). I dati percentuali sono tali da rendere quasi immediata l'individuazione del grafico corretto.

**Domanda**

La ripartizione in base al titolo di studio dei dipendenti di tre aziende è la seguente:

Azienda X: laureati 50%, diplomati 30%, non diplomati 20%

Azienda Y: laureati 30%, diplomati 30%, non diplomati 40%

Azienda Z: laureati 20%, diplomati 40%, non diplomati 40%

Grafico A

Grafico B

Grafico C

Grafico D

Associa ad ogni azienda il grafico che rappresenta la ripartizione in base al titolo di studio dei suoi dipendenti.

Per rispondere scegli un'alternativa da ciascun menu a tendina.

Azienda X: laureati 50%, diplomati 30%, non diplomati 20%

Azienda Y: laureati 30%, diplomati 30%, non diplomati 40%

Azienda Z: laureati 20%, diplomati 40%, non diplomati 40%

**Risposta corretta: nell'ordine Grafico C, Grafico D, Grafico A**



**LIVELLO 2**

In questa domanda vengono forniti tre diagrammi in ognuno dei quali sono rappresentate tre serie storiche. L'allievo/a deve ricavare un dato con una successione di operazioni: individuare il diagramma corretto, la serie storica corretta, il valore massimo sulla serie storica e, infine, il periodo temporale relativo al massimo.

**Domanda**

I seguenti grafici rappresentano i dati della raccolta differenziata dei rifiuti in una città italiana da gennaio 2014 ad aprile 2016.

**CARTA**

Mese	2014	2015	2016
gen	470	504	680
feb	454	496	560
mar	514	525	687
apr	478	521	631
mag	506	533	533
giu	517	513	633
lug	476	500	677
ago	473	588	733
set	553	553	661
ott	577	577	736
nov	555	555	555
dic	555	555	555

**VETRO/LATTINE**

Mese	2014	2015	2016
gen	251	277	414
feb	240	226	342
mar	219	277	441
apr	262	283	404
mag	255	283	283
giu	256	299	299
lug	258	299	299
ago	229	298	298
set	256	348	348
ott	239	374	374
nov	254	357	357
dic	286	286	430

**PLASTICA**

Mese	2014	2015	2016
gen	99	115	171
feb	100	108	176
mar	120	134	207
apr	149	134	202
mag	128	143	143
giu	126	160	160
lug	123	178	178
ago	118	176	176
set	122	183	183
ott	119	188	188
nov	127	167	167
dic	124	182	182

**Domanda 1/3**

In quale mese del 2014 sono stati raccolti più rifiuti di carta?

Fai riferimento ai grafici a sinistra e digita la risposta alla domanda.

Risposta:

**LEGENDA**

- 2014
- 2015
- 2016

**Risposta corretta: settembre**



**LIVELLO 3**

In questa domanda viene presentata la stessa situazione della domanda del livello 2, ma in questo caso si richiede una visione globale del grafico. L'allievo/a deve prima individuare il diagramma a cui si riferisce la domanda e poi confrontare gli andamenti di due serie storiche allo scopo di scegliere risposta e argomentazione corrette.

**Domanda**

I seguenti grafici rappresentano i dati della raccolta differenziata dei rifiuti in una città italiana da gennaio 2014 ad aprile 2016.

**LEGENDA**

- 2014
- 2015
- 2016

**Domanda 3/3**

È possibile affermare che nel 2014 con la raccolta differenziata sono state raccolte meno tonnellate di plastica rispetto al 2015?

Nella tabella che segue indica la sola argomentazione che giustifica la risposta corretta.

*Fai riferimento ai grafici a sinistra e clicca su una delle alternative.*

*Se vuoi cambiare la risposta che hai fornito, deseleziona la risposta data e poi seleziona quella che vuoi dare.*

Sì, è possibile affermarlo	No, non è possibile affermarlo
<input type="radio"/> A. perché la linea del 2015 della plastica è sempre sopra quella del 2014	<input type="radio"/> C. perché in alcuni mesi del 2014 si è raccolta più plastica rispetto a qualche mese del 2015
<input type="radio"/> B. perché la linea del 2015 della plastica è sempre crescente	<input type="radio"/> D. perché la linea del 2014 della plastica non è sempre crescente

**Risposta corretta: A**



**LIVELLO 4**

In questa domanda viene presentata la stessa situazione delle domande dei livelli 2 e 3. L'allievo/a deve individuare, in ogni diagramma, il dato relativo alla serie storica e al mese indicato nel testo e, infine, eseguire la somma dei valori ottenuti.

**Domanda**

I seguenti grafici rappresentano i dati della raccolta differenziata dei rifiuti in una città italiana da gennaio 2014 ad aprile 2016.

**CARTA**

Mese	2014	2015	2016
gen	470	524	680
feb	454	496	560
mar	514	525	687
apr	478	521	681
mag	506	533	633
giu	517	513	677
lug	476	500	733
ago	473	588	677
set	473	553	733
ott	473	577	661
nov	473	577	661
dic	473	555	736

**VETRO/LATTINE**

Mese	2014	2015	2016
gen	251	277	414
feb	240	226	342
mar	279	277	441
apr	262	283	404
mag	255	283	404
giu	256	299	404
lug	258	289	404
ago	229	296	404
set	296	296	404
ott	238	296	404
nov	264	296	404
dic	286	296	404

**PLASTICA**

Mese	2014	2015	2016
gen	99	115	171
feb	100	108	176
mar	120	134	207
apr	119	134	202
mag	128	143	202
giu	126	150	202
lug	123	178	202
ago	118	175	202
set	122	183	202
ott	119	188	202
nov	127	157	202
dic	124	154	202

**LEGENDA**

— 2014

— 2015

— 2016

**Domanda 2/3**

Qual è il totale di rifiuti della raccolta differenziata nel gennaio del 2015?

Fai riferimento ai grafici a sinistra e digita la risposta alla domanda.

Risposta:  tonnellate

**Risposta corretta: 916 tonnellate**



## LIVELLO 5

In questa domanda vengono forniti quattro diagrammi a barre relativi a distribuzioni di frequenza. L'allievo/a deve individuare il grafico nel quale la linea tratteggiata rappresenta la media aritmetica facendo riferimento, anche in modo intuitivo o seguendo una procedura nota, al fatto che la somma degli scarti dalla media aritmetica è uguale a zero.

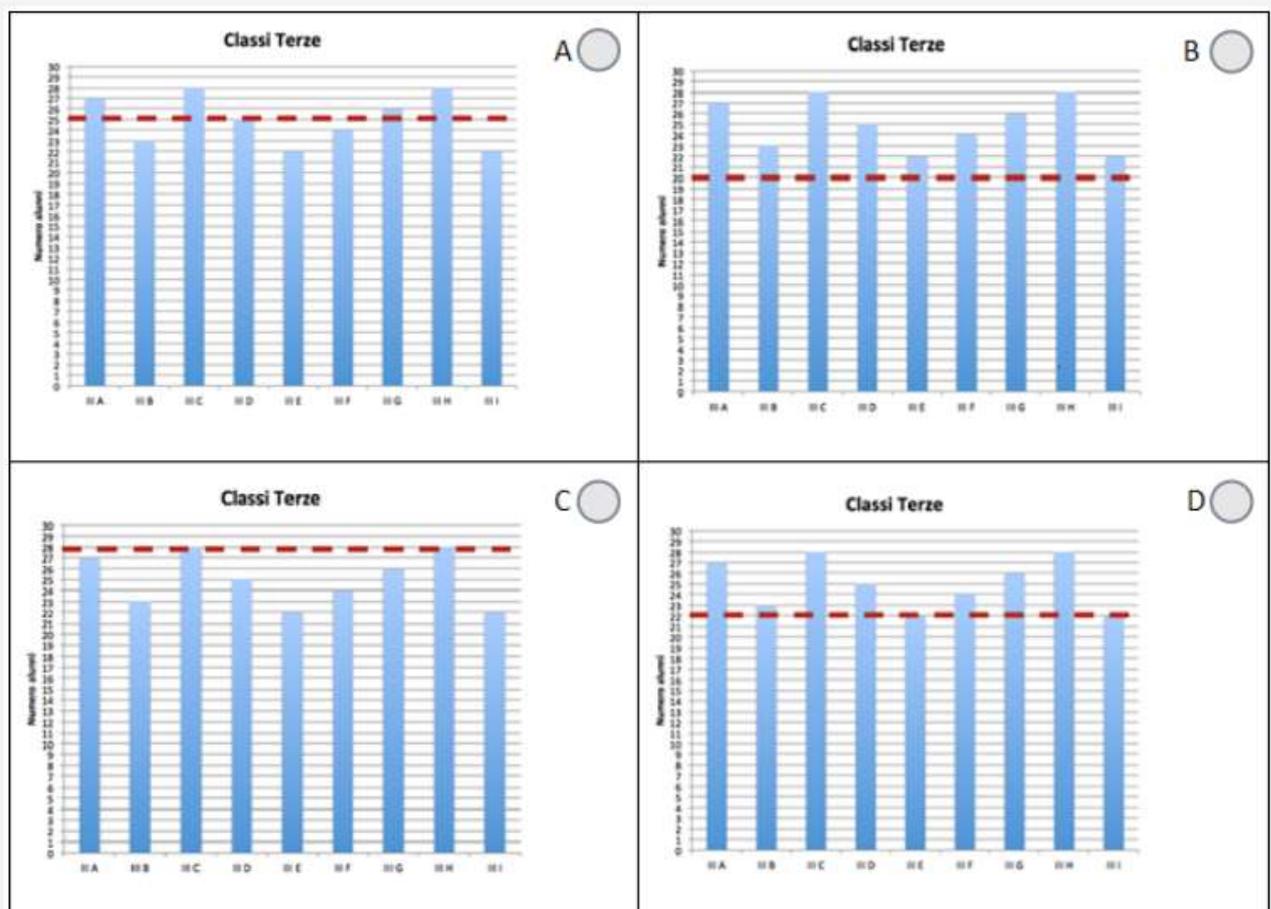
### Domanda

In una scuola sono presenti 9 classi terze. Nei grafici sotto è rappresentata la distribuzione del numero di alunni in ogni classe.

In quale grafico la linea tratteggiata rappresenta la media del numero degli alunni per classe?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

Se vuoi cambiare la risposta che hai fornito, deseleziona la risposta data e poi seleziona quella che vuoi dare.



**Risposta corretta: A**



## **NUMERI**

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i singoli livelli nell'ambito **Numeri** mettendo in luce il passaggio da un livello al successivo in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

Per ogni macrodescrittore sono descritti, attraverso le domande scelte, alcuni livelli.

### **ESEMPIO 1**

#### **Macrodescrittore: operazioni e ordinamenti fra numeri**

Tutte le seguenti domande riguardano operazioni e ordinamenti tra numeri, razionali e non. Esse fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze al termine del Primo Ciclo di istruzione: *“Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni”*; afferiscono alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle Prove Invalsi di Matematica.



## LIVELLO 1

In questa domanda il numero decimale è utilizzato per esprimere una misura. L'allievo/a deve riconoscerlo come tale; la risposta richiede la divisione dell'unica cifra decimale, come se fosse un numero naturale.

### Domanda

Nella borraccia di Michele, piena per metà, ci sono 0,6 litri di acqua.

Michele beve la metà dell'acqua contenuta nella borraccia. Quanta acqua rimane?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  0,03 litri
- B  0,3 litri
- C   $\frac{1}{2}$  litro
- D  1,2 litri

**Risposta corretta: B**

## LIVELLO 2

In questa domanda sono coinvolti i numeri decimali, come nella domanda di livello 1, ma anche le priorità delle operazioni. L'allievo/a per rispondere alla domanda deve utilizzare la calcolatrice eseguendo le operazioni nel giusto ordine.

### Domanda

Usa la calcolatrice per calcolare  $\frac{43,2 \times (5,8 + 7,3)}{4,9 + 0,5}$ .

Digita il risultato.

Risultato:

**Risposta corretta: 104,80**



**LIVELLO 3**

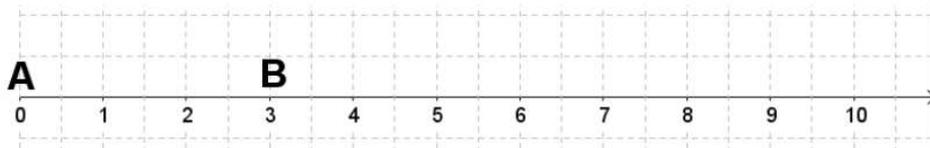
In questa domanda l'allievo/a deve utilizzare la conoscenza delle frazioni  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{4}$  per interpretarle come "passi" sulla retta dei numeri (dove l'unità corrisponde a due quadretti).

**Domanda**

**Antonio e Bruno camminano contemporaneamente lungo la linea dei numeri.**

**Antonio (A) parte da 0 e procede verso destra di  $\frac{1}{2}$  a ogni passo.**

**Bruno (B) parte da 3 e procede verso destra di  $\frac{1}{4}$  a ogni passo.**



**A quale numero corrisponde il punto in cui Antonio e Bruno si incontrano?**

*Per rispondere clicca su una delle alternative.*

- A  2
- B  3
- C  6
- D  8

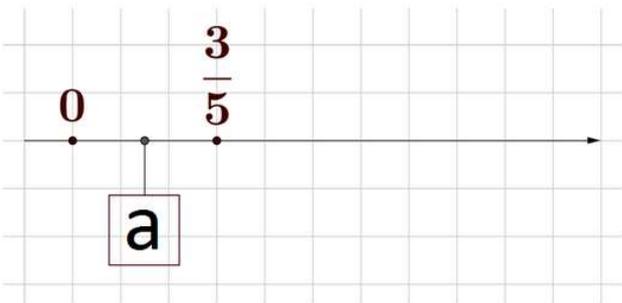
**Risposta corretta: C**



**LIVELLO 4**

Rispetto alla domanda precedente, sono coinvolte conoscenze analoghe ma il processo è inverso, inoltre sono presenti calcoli con le frazioni. A partire dalla rappresentazione sulla retta dei numeri, l'allievo/a deve riconoscere l'operazione corrispondente e determinarne il risultato: infatti potrebbe tradurre la rappresentazione sulla retta dei numeri in termini di "qual è la metà di  $\frac{3}{5}$ ?".

**Domanda**  
Osserva la seguente retta dei numeri.



A quale numero può corrispondere la lettera a?

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

A  1,5  
B   $\frac{3}{10}$   
C  3  
D   $\frac{1}{5}$

**Risposta corretta: B**

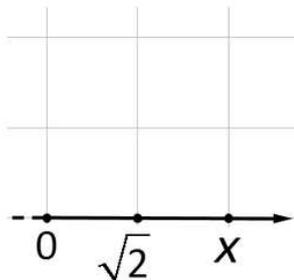


**LIVELLO 5**

Anche in questa domanda sono presenti la retta dei numeri e le relazioni tra numeri su di essa rappresentati. Tuttavia sono coinvolti anche numeri non razionali ( $\sqrt{2}$ ), la loro rappresentazione simbolica e le proprietà elementari del calcolo simbolico. L'allievo/a dalla rappresentazione sulla retta deve individuare la relazione tra i numeri ("x è il doppio di  $\sqrt{2}$ ") e riconoscere la scrittura simbolica corrispondente ( $2\sqrt{2}$ ).

**Domanda**

Osserva la seguente retta dei numeri.



Quanto vale  $x$  ?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $x = 2\sqrt{2}$
- B   $x = 2\sqrt{3}$
- C   $x = \sqrt{4}$
- D   $x = \sqrt{2} + 1$

**Risposta corretta: A**



## ESEMPIO 2

### **Macrodescrittore: problemi aritmetici**

Le seguenti domande riguardano la risoluzione di problemi nell'ambito dei **Numeri**. Tutte le domande fanno riferimento ai Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine del Primo Ciclo di istruzione: "Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza" e "Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi"; afferiscono tutte alla dimensione *Risolvere problemi* del Quadro di riferimento delle Prove Invalsi di Matematica.

### **LIVELLO 2**

In questa domanda sono presenti semplici operazioni tra numeri naturali. L'allievo/a deve individuare nella formulazione del problema (che comprende una parte verbale e una parte di tabella) i numeri con cui operare e le operazioni da svolgere.

<b>Domanda</b> <b>Antonio lavora in un bar. Viene pagato 8 euro l'ora se lavora all'ora di pranzo e 11 euro l'ora se lavora all'ora di cena. Se lavora la domenica il suo datore di lavoro gli dà in più una mancia di 15 euro.</b>	<b>Domanda 1/3</b> <b>La seguente tabella riporta il numero di ore in cui Antonio ha lavorato la scorsa settimana. Completa la tabella.</b> <i>Digita i completamenti nelle caselle.</i> <table border="1"><thead><tr><th></th><th><b>Pranzo</b></th><th><b>Cena</b></th><th><b>Guadagno</b></th></tr></thead><tbody><tr><td><b>Lunedì</b></td><td>3 ore</td><td>/</td><td>24 euro</td></tr><tr><td><b>Martedì</b></td><td>/</td><td>4 ore</td><td><input type="text"/> euro</td></tr><tr><td><b>Mercoledì</b></td><td>2 ore</td><td>2 ore</td><td><input type="text"/> euro</td></tr><tr><td><b>Giovedì</b></td><td>4 ore</td><td>/</td><td>32 euro</td></tr><tr><td><b>Venerdì</b></td><td>/</td><td>/</td><td>/</td></tr><tr><td><b>Sabato</b></td><td>3 ore</td><td>4 ore</td><td><input type="text"/> euro</td></tr><tr><td><b>Domenica</b></td><td>/</td><td>/</td><td>/</td></tr></tbody></table>		<b>Pranzo</b>	<b>Cena</b>	<b>Guadagno</b>	<b>Lunedì</b>	3 ore	/	24 euro	<b>Martedì</b>	/	4 ore	<input type="text"/> euro	<b>Mercoledì</b>	2 ore	2 ore	<input type="text"/> euro	<b>Giovedì</b>	4 ore	/	32 euro	<b>Venerdì</b>	/	/	/	<b>Sabato</b>	3 ore	4 ore	<input type="text"/> euro	<b>Domenica</b>	/	/	/
	<b>Pranzo</b>	<b>Cena</b>	<b>Guadagno</b>																														
<b>Lunedì</b>	3 ore	/	24 euro																														
<b>Martedì</b>	/	4 ore	<input type="text"/> euro																														
<b>Mercoledì</b>	2 ore	2 ore	<input type="text"/> euro																														
<b>Giovedì</b>	4 ore	/	32 euro																														
<b>Venerdì</b>	/	/	/																														
<b>Sabato</b>	3 ore	4 ore	<input type="text"/> euro																														
<b>Domenica</b>	/	/	/																														

**Risposta corretta: devono essere corrette 3 risposte su 3**



	Pranzo	Cena	Guadagno
<b>Lunedì</b>	3 ore	/	24 euro
<b>Martedì</b>	/	4 ore	<b>44</b> euro
<b>Mercoledì</b>	2 ore	2 ore	<b>38</b> euro
<b>Giovedì</b>	4 ore	/	32 euro
<b>Venerdì</b>	/	/	/
<b>Sabato</b>	3 ore	4 ore	<b>68</b> euro
<b>Domenica</b>	/	/	/

### LIVELLO 3

Rispetto alla domanda del livello 2, il contesto è il medesimo e sono coinvolte analoghe conoscenze sui numeri naturali, ma il processo risolutivo richiesto è inverso. Infatti l'allievo/a deve ricostruire la sequenza di operazioni che ha portato al risultato e, a partire da esso, risalire al dato iniziale incognito.

#### Domanda

Antonio lavora in un bar. Viene pagato 8 euro l'ora se lavora all'ora di pranzo e 11 euro l'ora se lavora all'ora di cena. Se lavora la domenica il suo datore di lavoro gli dà in più una mancia di 15 euro.

#### Domanda 2/3

Questa domenica Antonio ha lavorato sia a pranzo sia a cena e ha guadagnato 75 euro. Se a pranzo ha lavorato due ore, quante ore ha lavorato a cena?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta:  ore

**Risposta corretta: 4 ore**



**LIVELLO 4**

In questa domanda sono coinvolte diverse rappresentazioni dei numeri razionali (frazioni e percentuali). Il testo del problema richiede un'attenta interpretazione in quanto la strategia risolutiva coinvolge in successione il passaggio al complementare di una percentuale (il complementare del 40% degli alunni della classe, desumibile dal contesto) e poi il passaggio al complementare di una frazione (il complementare di  $\frac{2}{3}$  dei maschi, desumibile dalla formulazione verbale: "NON giocano a basket"). La presenza di tutti questi elementi, elementari se presi singolarmente, richiede la pianificazione di una strategia articolata per determinare la soluzione.

**Domanda**

In una classe di 25 alunni le femmine sono il 40% e  $\frac{2}{3}$  dei maschi giocano a basket. Quanti sono i maschi che NON giocano a basket?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

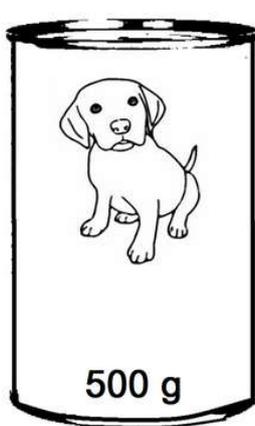
- A  5
- B  6
- C  8
- D  10

**Risposta corretta: A**



**LIVELLO 5**

In questa domanda sono coinvolte operazioni su numeri naturali, e, rispetto alle domande dei livelli precedenti, è richiesta la descrizione del procedimento risolutivo ed è necessario interpretare nel contesto del problema il risultato matematico ottenuto. Descrivere il procedimento risolutivo, qualunque strategia di soluzione si segua, coinvolge il controllo e la consapevolezza dei significati delle operazioni eseguite nei diversi passaggi effettuati.

<p><b>Domanda</b></p> <p>Filippo, per il suo bassotto, compra sempre scatole di cibo per cani da 500 grammi, come quella mostrata in figura.</p> 	<p>Ogni giorno il bassotto mangia 200 grammi di cibo per cani. Filippo conserva ogni scatola aperta finché non l'ha completamente svuotata. Filippo oggi non ha più scatole di cibo per cani e quindi deve comprarle. Quante scatole almeno dovrà comprare se vuole che gli bastino per una settimana?</p> <p>Scrivi come hai fatto per trovare la risposta e poi riporta sotto il risultato.</p> <p><i>Digita il procedimento qui sotto.</i></p> <div data-bbox="861 896 1500 1097" style="border: 1px solid gray; height: 90px;"></div> <p>Risultato: <input type="text"/> scatole</p>
---	--

**Risposta corretta: 3 scatole**

**Esempi di procedimenti corretti:**

- $200 \times 7 = 1400$  g cibo necessario per una settimana;  $1400 : 500 = 2,8$  quindi 3 scatole
- $500 : 200 = 2,5$  giorni di pasto in una scatola;  $7 : 2,5 = 2,8$  quindi 3 scatole



## RELAZIONI E FUNZIONI

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i singoli livelli nell'ambito **Relazioni e funzioni** mettendo in luce il passaggio da un livello al successivo in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

Per ogni macrodescrittore sono descritti, attraverso le domande scelte, alcuni livelli.

### ESEMPIO 1

#### **Macrodescrittore: formule ed espressioni algebriche**

Tutte le domande fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze al termine del Primo Ciclo di istruzione *“Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale”* e afferiscono alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica.

#### **LIVELLO 2**

La domanda richiede di riconoscere tra diverse formule quella che modella la situazione descritta nel testo della domanda.

Nello specifico le opzioni di risposta riportano i dati facilmente identificabili nel testo. Tra le quattro opzioni due possono essere scartate perché non riportano entrambi i valori numerici necessari per modellizzare la situazione e quindi la scelta si può ridurre alle uniche due opzioni che mettono in relazione il compenso fisso e il costo orario.

#### **Domanda**

Per la manutenzione del sistema di riscaldamento di un condominio un tecnico richiede un compenso fisso di 60 euro, più 40 euro per ogni ora di lavoro.

#### **Domanda 1/2**

Quale delle seguenti formule consente di calcolare il costo complessivo  $S$  (in euro) al variare della durata  $t$  (in ore) del lavoro svolto?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $S = 40t$
- B   $S = 60t$
- C   $S = 40 + 60t$
- D   $S = 60 + 40t$

**Risposta corretta: D**



### LIVELLO 3

La domanda richiede di riconoscere tra diverse formule quella che modella la situazione descritta nel testo della domanda.

Analogamente alla domanda di livello 2, due delle opzioni non presentano tutti i dati necessari per modellizzare la situazione ma, in questo caso, nella scelta tra le rimanenti opzioni, si deve distinguere quali operazioni tra variabili e numeri della formula descrivono la relazione tra il costo mensile e il numero di fotocopie.

#### Domanda

Per una ditta, il costo di ogni fotocopia è 1 centesimo di euro.

La ditta, inoltre, paga un canone mensile fisso di 50 euro per il noleggio della fotocopiatrice.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

La formula che descrive il costo mensile  $C$  in euro in funzione del numero  $x$  di fotocopie è

- A   $C = 50 + 0,01x$   
B   $C = 0,01x$   
C   $C = 0,01 + x$   
D   $C = 50 \cdot (0,01x)$

**Risposta corretta: A**

### LIVELLO 4

La domanda richiede di completare le parti mancanti di una formula che modella una situazione descritta nel testo. Data la struttura di una relazione tra variabili, attraverso un'analisi dettagliata delle informazioni presenti nel testo, si devono collegare i coefficienti alle variabili presentate nella formula.

#### Domanda

In un test sono assegnati 2 punti per ogni risposta corretta, -1 punto per ogni risposta errata e 0 punti per ogni risposta mancante.

Il test è costituito da 30 domande.

#### Domanda 1/2

Completa la formula seguente che permette di calcolare il punteggio ( $P$ ) totalizzato nel test.

- $C$  indica il numero delle risposte corrette
- $E$  il numero delle risposte errate
- $M$  il numero delle risposte mancanti

Digita i complementi nelle caselle.

$$P = \boxed{\phantom{00}} \cdot C + \boxed{\phantom{00}} \cdot E + \boxed{\phantom{00}} \cdot M$$

**Risposta corretta: 2;-1;0; (corretta se sono inseriti tutti e tre questi valori in questo ordine).**



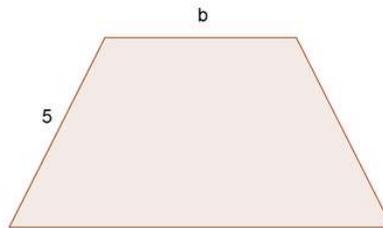
## LIVELLO 5

La domanda richiede di produrre una formula che modella una situazione in contesto geometrico integrando informazioni presenti nel testo verbale e nella figura.

Per esprimere come varia il perimetro del trapezio in funzione della lunghezza di un suo lato occorre sapere che un trapezio isoscele ha due lati congruenti e sfruttare la relazione tra le basi (base maggiore è il doppio della base minore) traducendola in linguaggio simbolico.

### Domanda

Nel trapezio isoscele in figura la base maggiore è doppia della minore.



Scrivi una formula che esprima il perimetro  $p$  del trapezio in funzione di  $b$ .

Digita la risposta alla domanda.

Risposta:  $p =$

**Risposta corretta:  $3b+10$  (o espressioni equivalenti)**



## ESEMPIO 2

### Macrodescrittore: grafici di funzioni

Le domande dei livelli 2 e 3 fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze al termine del Primo Ciclo di istruzione "Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale" e afferiscono alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica. La domanda di livello 4 fa riferimento al Traguardo "Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza" e afferisce alla dimensione *Risolvere problemi* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica.

### LIVELLO 2

La domanda richiede di associare a ciascuno grafico di funzione la descrizione a parole della relazione tra due variabili, in tre situazioni differenti. La scelta delle tre opzioni può essere facilitata dall'individuazione della funzione costante (grafico *h*) e dal fatto che questa scelta avviene solo tra tre grafici.

**Domanda**

Una sala cinematografica propone le tre seguenti opzioni, valide per il mese di dicembre.

- Opzione 1: acquisto di una tessera personale mensile da 60 € che dà diritto a un numero illimitato di ingressi nella sala, senza ulteriori costi.
- Opzione 2: acquisto di un biglietto al costo di 8 € per ogni ingresso nella sala.
- Opzione 3: acquisto di una tessera personale mensile al costo di 20 € che dà diritto a uno sconto del 25% sul costo del biglietto di 8 €, per ogni ingresso nella sala.

In figura sono riportati i grafici che rappresentano il costo  $C$  in euro [€] in funzione del numero  $n$  di ingressi in sala per ciascuna delle tre opzioni.

n (ingressi)	C (€) - Opzione 1 (f)	C (€) - Opzione 2 (g)	C (€) - Opzione 3 (h)
0	0	20	60
2	20	36	60
4	40	52	60
6	60	68	60
8	80	84	60
10	100	100	60
12	120	116	60
14	140	132	60
16	160	148	60
18	180	164	60
20	200	180	60
22	220	196	60
24	240	212	60
26	260	228	60
28	280	244	60
30	300	260	60

**Domanda 1/2**

Associa a ogni grafico l'opzione corrispondente.

Per rispondere alla domanda scegli un'alternativa da ciascun menu a tendina.

Grafico *f*

Grafico *g*

Grafico *h*

**Risposta corretta: Opzione 2 - Opzione 3 - Opzione 1 (in questo ordine)**



### LIVELLO 3

In questa domanda, analogamente a quella di livello 2, si richiede di identificare tra quattro grafici quello che rappresenta un fenomeno fisico descritto nel testo della domanda. Per rispondere occorre individuare e collegare fra loro nel grafico corretto due caratteristiche: la prima relativa al momento in cui il livello dell'acqua smette di crescere; la seconda relativa alla variazione del livello dell'acqua nel tempo.

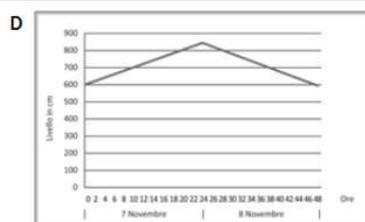
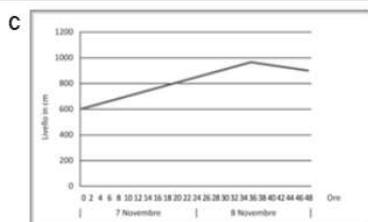
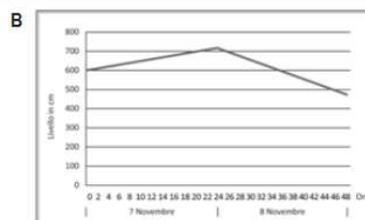
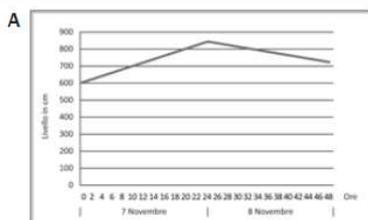
#### Domanda

**Il giorno 7 novembre il livello dell'acqua di un fiume è aumentato di circa 10 cm all'ora per tutte le 24 ore.**

**Il giorno successivo, il livello dell'acqua è diminuito di circa 5 cm all'ora per tutte le 24 ore.**

**Quale tra i seguenti grafici può rappresentare la situazione descritta?**

Per rispondere clicca su una delle alternative.



**Risposta corretta: A**



**LIVELLO 4**

La domanda richiede di interpretare una situazione che, nella rappresentazione grafica, corrisponde al punto di intersezione dei grafici di due funzioni: nello specifico richiede di riconoscere che il numero di ingressi che rende uguale il costo delle due offerte corrisponde all'ascissa del punto di intersezione dei due grafici che rappresentano le due opzioni.

<p><b>Domanda</b></p> <p>Una sala cinematografica propone le tre seguenti opzioni, valide per il mese di dicembre.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Opzione 1: acquisto di una tessera personale mensile da 60 € che dà diritto a un numero illimitato di ingressi nella sala, senza ulteriori costi.</li><li>• Opzione 2: acquisto di un biglietto al costo di 8 € per ogni ingresso nella sala.</li><li>• Opzione 3: acquisto di una tessera personale mensile al costo di 20 € che dà diritto a uno sconto del 25% sul costo del biglietto di 8 €, per ogni ingresso nella sala.</li></ul> <p>In figura sono riportati i grafici che rappresentano il costo <math>C</math> in euro [€] in funzione del numero <math>n</math> di ingressi in sala per ciascuna delle tre opzioni.</p> <p>The graph shows three lines on a coordinate system where the vertical axis is Cost C [€] (ranging from 0 to 220) and the horizontal axis is the number of entries n (ranging from 0 to 30). Line f (blue) starts at the origin (0,0) and passes through the point (10,60). Line g (black) starts at (0,20) and also passes through (10,60). Line h (red) is a horizontal line at C=60.</p>	<p><b>Domanda 2/2</b></p> <p>Qual è il numero <math>n</math> di ingressi per cui il costo dell'Opzione 3 è uguale a quello dell'Opzione 2?</p> <p><i>Fai riferimento al grafico e ai dati a sinistra e digita la risposta alla domanda.</i></p> <p>Risposta: <math>n =</math> <input type="text"/> ingressi</p>
--	---

**Risposta corretta: 10 ingressi**



## **SPAZIO E FIGURE**

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i singoli livelli nell'ambito **Spazio e Figure** mettendo in luce il passaggio da un livello al successivo in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

Le domande che esemplificano la successione dei livelli in questo ambito sono state scelte a partire da due macrodescrittori fondamentali per l'ambito Spazio e Figure (visualizzazione e teorema di Pitagora). I due esempi relativi a questi macrodescrittori hanno in comune l'ultima domanda di livello 5 in quanto nella risoluzione della domanda sono coinvolti entrambi gli aspetti.

Per ogni macrodescrittore sono descritti, attraverso le domande scelte, alcuni livelli.

### **ESEMPIO 1**

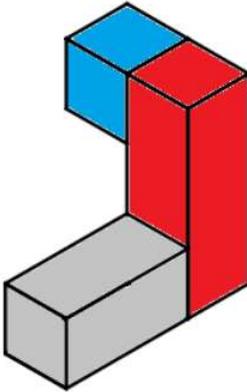
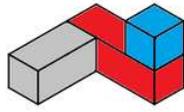
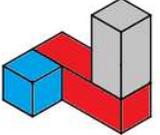
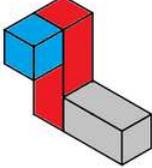
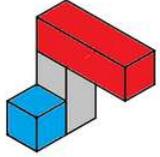
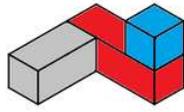
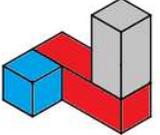
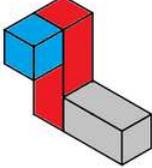
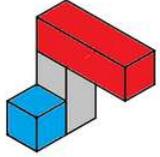
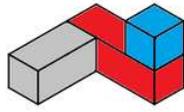
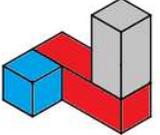
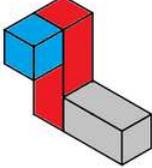
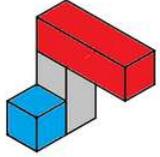
**Macrodescrittore: visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali**

Le seguenti domande riguardano la visualizzazione di figure a partire da una loro rappresentazione nel piano. Le domande dei livelli 1, 2 e 5 fanno riferimento al traguardo: *"Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni fra gli elementi"* e afferiscono alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle Prove INVALSI di Matematica.



**LIVELLO 1**

In questa domanda l'allievo/a deve osservare un solido composto da parti di diversi colori e riconoscere quale fra le alternative proposte non corrisponde a una sua possibile rotazione nello spazio. Per rispondere l'allievo/a deve individuare la figura in cui la disposizione delle parti che compongono il solido non è corretta.

<p><b>Domanda</b></p> <p>Osserva la seguente figura.</p> 	<p><b>Il solido viene ruotato.</b></p> <p>Quale tra le seguenti figure <u>non</u> può rappresentare il solido ruotato?</p> <p>Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.</p> <table border="1" data-bbox="758 728 1540 1176"><tr><td data-bbox="758 728 1141 952"><p>A</p><p><input type="radio"/></p></td><td data-bbox="1149 728 1540 952"><p>B</p><p><input type="radio"/></p></td></tr><tr><td data-bbox="758 963 1141 1176"><p>C</p><p><input type="radio"/></p></td><td data-bbox="1149 963 1540 1176"><p>D</p><p><input type="radio"/></p></td></tr></table>	<p>A</p>  <p><input type="radio"/></p>	<p>B</p>  <p><input type="radio"/></p>	<p>C</p>  <p><input type="radio"/></p>	<p>D</p>  <p><input type="radio"/></p>
<p>A</p>  <p><input type="radio"/></p>	<p>B</p>  <p><input type="radio"/></p>				
<p>C</p>  <p><input type="radio"/></p>	<p>D</p>  <p><input type="radio"/></p>				

**Risposta corretta: D**

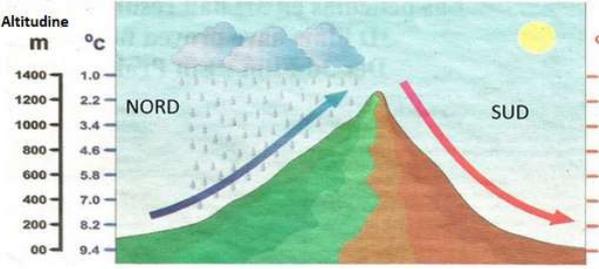


## LIVELLO 2

In questa domanda l'allievo/a, analogamente a quella di livello 1, deve collegare fra loro due immagini, in questo caso relative a un contesto reale. Deve individuare il punto di vista dell'osservatore in un'immagine in cui sono presenti dei riferimenti cardinali utilizzando la rappresentazione della rosa dei venti che viene fornita.

**Domanda**

La seguente immagine rappresenta la situazione climatica sul versante Nord e sul versante Sud di una montagna in un certo periodo dell'anno.



**Domanda 1/3**

Da quale punto cardinale è vista la montagna in questa immagine?  
Per rispondere puoi aiutarti con la rosa dei venti.



Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

A  Nord  
B  Ovest  
C  Sud  
D  Est

**Risposta corretta: B**

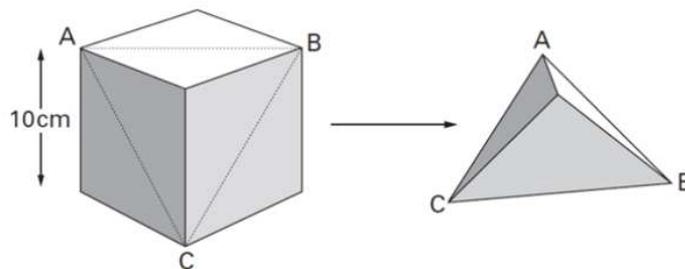


**LIVELLO 5**

In questa domanda l'allievo/a deve immaginare di sezionare il cubo lungo la diagonale delle facce per ottenere una piramide. Per rispondere occorre visualizzare la figura a partire dalla sua rappresentazione sul piano al fine di individuarne le proprietà geometriche necessarie per risolvere il problema. L'allievo/a deve osservare che la base della piramide è un triangolo equilatero il cui lato coincide con la diagonale di una delle facce del cubo.

**Domanda**

Un cubo ha lo spigolo lungo 10 centimetri. La sezione ottenuta dal piano che passa per i vertici A, B e C del cubo è la base di una piramide.



Quanto misura il perimetro di base della piramide?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  Circa 14 cm
- B  Circa 30 cm
- C  Circa 40 cm
- D  Circa 42 cm

**Risposta corretta: D**



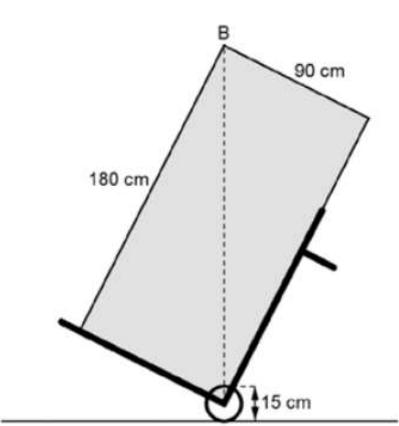
## ESEMPIO 2

Le seguenti domande riguardano l'applicazione del teorema di Pitagora in matematica e in situazioni concrete. La domanda del livello 3 fa riferimento al traguardo "Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi" e quella del livello 4 al traguardo "Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza"; entrambe afferiscono alla dimensione *Risolvere problemi* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI DI Matematica. La domanda di livello 5 fa riferimento al traguardo: "Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni fra gli elementi" e afferisce alla dimensione *Conoscere*.

**Macrodescrittore: il teorema di Pitagora e le sue applicazioni in matematica e in situazioni concrete**

### LIVELLO 3

In questa domanda l'allievo/a deve identificare l'espressione che permette di risolvere un problema in contesto reale. In particolare l'allievo/a deve individuare in quale delle espressioni fornite viene formulato in modo corretto il teorema di Pitagora.

<p><b>Domanda</b></p> <p>Gabriele ha comperato un nuovo frigorifero. Per portarlo in cucina usa un carrello, come rappresentato nella figura.</p> 	<p><b>Quale espressione ti permette di calcolare la massima distanza dal suolo del punto B quando il frigorifero è trasportato sul carrello?</b></p> <p>Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.</p> <p>A <input type="radio"/> <math>\sqrt{180^2 + 90^2} + 7,5</math></p> <p>B <input type="radio"/> <math>\sqrt{180^2 - 90^2} + 7,5</math></p> <p>C <input type="radio"/> <math>\sqrt{180 + 90} + 7,5</math></p> <p>D <input type="radio"/> <math>\sqrt{180^2} + \sqrt{90^2} + 7,5</math></p>
---	--

**Risposta corretta: A**

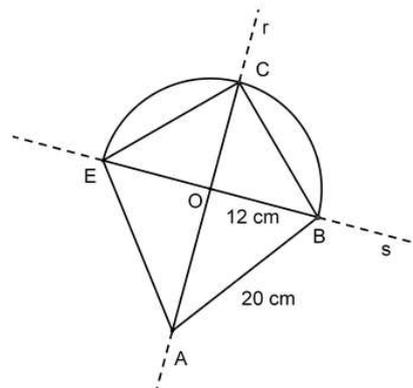


**LIVELLO 4**

In questa domanda l'allievo/a deve individuare proprietà geometriche e informazioni per risolvere un problema sul calcolo dell'area a partire dall'analisi dettagliata del testo e della figura. Per rispondere è necessario riconoscere quali segmenti sono congruenti al raggio della semicirconferenza, applicare il teorema di Pitagora e calcolare l'area del poligono.

**Domanda**

Nella seguente figura le rette  $r$  ed  $s$  sono perpendicolari fra loro e l'arco  $ECB$  è una semicirconferenza di centro  $O$ . La lunghezza del segmento  $AB$  è di 20 cm e la lunghezza del segmento  $OB$  è di 12 cm.



Qual è l'area del quadrilatero  $ABCE$ ?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  320 cm<sup>2</sup>
- B  336 cm<sup>2</sup>
- C  480 cm<sup>2</sup>
- D  672 cm<sup>2</sup>

**Risposta corretta: B**

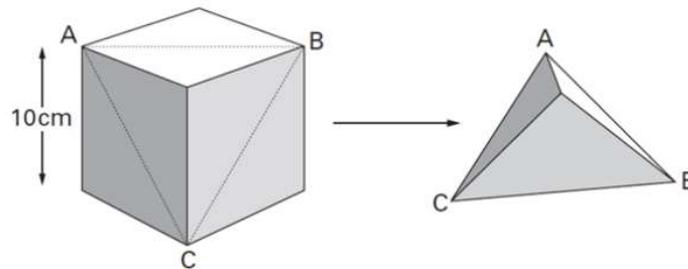


## LIVELLO 5

In questa domanda l'allievo/a deve calcolare il perimetro di base di una piramide ottenuta sezionando un cubo. La risposta richiede oltre alla visualizzazione della figura a partire dalla sua rappresentazione sul piano anche l'individuazione di proprietà geometriche e informazioni a partire dall'analisi dettagliata del testo e della figura. L'allievo/a deve calcolare con il teorema di Pitagora il lato della base della piramide, riconoscendo che si tratta della diagonale di un quadrato.

### Domanda

Un cubo ha lo spigolo lungo 10 centimetri. La sezione ottenuta dal piano che passa per i vertici A, B e C del cubo è la base di una piramide.



Quanto misura il perimetro di base della piramide?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  Circa 14 cm
- B  Circa 30 cm
- C  Circa 40 cm
- D  Circa 42 cm

**Risposta corretta: D**